1 　**次の問いの答えを解答欄に記せ．(7)以外は結果のみでよい．**

条件 $0 \leqq \alpha < 2\pi$，$0 \leqq \beta$ のもとで，関数

$$f(x) = \begin{cases} -\cos(x+\alpha) + \dfrac{x}{2} + 1 & (x \geqq 0) \\ -\dfrac{x}{2} + \beta & (x < 0) \end{cases}$$

を考え，

$y = f(x)$ のグラフ，x 軸，y 軸，直線 $x = t$ 　で囲まれた図形の面積を $S_1(t)$，
$y = f(x)$ のグラフ，x 軸，y 軸，直線 $x = -t$ で囲まれた図形の面積を $S_2(t)$，

とし，$S(t) = S_1(t) + S_2(t)$ とおく．ただし，$S(0) = 0$ とする．

(1)　$t > 0$ のとき，$S_1(t)$ を求めよ．

(2)　$t > 0$ のとき，$S_2(t)$ を求めよ．

(3)　$t > 0$ のとき，$S(t)$ を求めよ．

(4)　$t < 0$ のとき，$S(t)$ を求めよ．

(5)　$t > 0$ のとき，$S'(t)$ を求めよ．

(6)　$t < 0$ のとき，$S'(t)$ を求めよ．

(7)　微分係数の定義に基づいて，微分係数 $S'(0)$ が存在するための α，β の条件を定めよ．答えは途中経過も記せ．

(8)　(7)で求めた α，β の条件のもとで，微分係数 $S'(0)$ を求めよ．

2　**次の問いの答えを解答欄に記せ．すべて結果のみでよい．**

整数 n に実数 $u(n)$ が対応しており，任意の n について，

$$u(n) = \frac{1}{2}(u(n-1) + u(n+1))$$

を満たすとする．

(1)　$u(1) = 2$，$u(2) = 4$ とするとき，$u(5)$ を求めよ．

(2)　$u(1) = 2$，$u(2) = 4$ とするとき，$u(n)$ を求めよ．

(3)　$u(2) = 10$，$u(500) = 2002$ とするとき，$u(n)$ を求めよ．

整数 m, n に実数 $v(m, n)$ が対応しており，任意の m, n について，

$$\begin{cases} v(m, n) = \dfrac{1}{2}(v(m, n-1) + v(m, n+1)) \\ v(m, n) = \dfrac{1}{2}(v(m-1, n) + v(m+1, n)) \end{cases}$$

を満たすとする．

(4)　$v(0, 0) = a$，$v(1, 0) = b$，$v(0, 1) = c$，$v(1, 1) = d$ とする．

(a)　$v(2, 0)$，$v(2, 1)$ の各々を求め，それを使って $v(2, 2)$ を求めよ．
(b)　$v(0, 2)$，$v(1, 2)$ の各々を求め，それを使って $v(2, 2)$ を求めよ．
(c)　$v(m, 0)$ と $v(m, 1)$ を求めよ．
(d)　$v(m, n)$ を求めよ．答えは m, n について整理して表すこと．

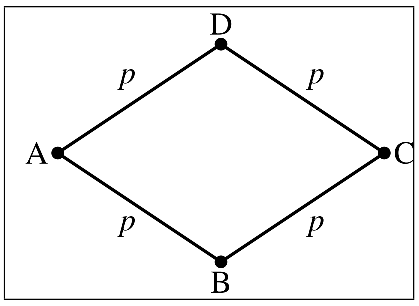
(5)　$v(0, 0) = 0$，$v(1, 1) = 1$，$v(2, 2) = 0$，$v(3, 4) = 2$ とするとき，$v(3, 2)$ を求めよ．

(6)　$v(0, 0) = 1$，$v(1, 1) = 2$，$v(2, 2) = 3$ とする．

(a)　$v(1, 0) = p$，$v(0, 1) = q$ とおくとき，p と q の間に成り立つ関係式を求めよ．
(b)　$v(m, n)$ の値が p, q によらないための m, n の条件を求めよ．

3　**次の問いの答えを解答欄に記せ．すべて結果のみでよい．**

4 点 A，B，C，D を結ぶ図 1 のような経路網を考える．この経路網は，4 本の経路 AB，BC，AD，DC からなり，各経路を通れるかどうかはたがいに独立であり，通れる確率は，4 本の経路ともすべて p である．たとえば，経路 AB を通れるかどうかは，他の 3 本の経路を通れるかどうかに影響されない．

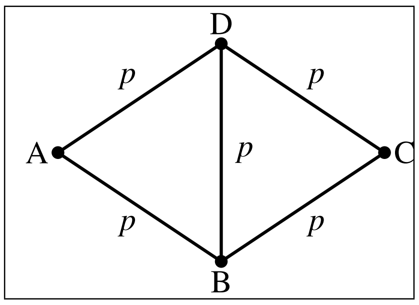


(1)　D を通ることなく A から C に行くことができる確率を求めよ．

(2)　「D を通ることなく A から C に行くことができ，かつ，B を通ることなく A から C に行くことができる」確率を求めよ．

(3)　A から C に行くことができる確率 P_1 を求め，p の多項式として次数の高い順に整理して答えよ．

4 点 A，B，C，D を結ぶ図 2 のような経路網を考える．この経路網は，5 本の経路 AB，BC，AD，DC，BD からなり，各経路を通れるかどうかはたがいに独立であり，通れる確率は，5 本の経路ともすべて p である．



(4)　「経路 BD を通ることができず，かつ，A から C に行くことができる」確率を求め，p の多項式として次数の高い順に整理して答えよ．

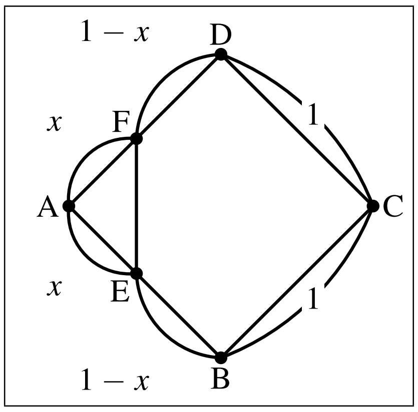
(5)　A から C に行くことができる確率 P_2 を求め，p の多項式として次数の高い順に整理して答えよ．

(6)　p が $0 \leqq p \leqq 1$ の範囲を動くとき，設問(3)，(5)で求めた P_1，P_2 に対し，$P_2 - P_1$ を最大にする p の値を求めよ．

6 点 A，B，C，D，E，F を結ぶ図 3 のような経路網において，各経路の長さは

$$\mathrm{AE} = \mathrm{AF} = x, \quad \mathrm{EB} = \mathrm{FD} = 1 - x, \quad \mathrm{BC} = \mathrm{DC} = 1, \quad \mathrm{EF} = \sqrt{2}x$$

である．各経路を通れるかどうかはたがいに独立であり，長さ ℓ の経路を通れる確率は $e^{-k\ell}$ で与えられるものとする．たとえば，AE を通れる確率は e^{-kx} である．ただし，$0 < x < 1$ とし，e は自然対数の底，k は正の定数とする．



(7)　$u = e^{-kx}$，$r = e^{-2k}$ とおく．A から C に行くことができる確率 P_3 を求め，u，r を用いて表せ．

(8)　x が $0 < x < 1$ の範囲を動くとき，P_3 を最大にする x の値を求め，k を用いて表せ．