1　実数 x，y が条件 $x^2 + y^2 = 1$ を満たして動き，u，v が

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

で与えられるとき，

(1)　$u^2 + v^2$ の最大値 M，および最大値を与える x，y を求めよ．

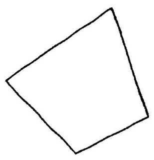
(2)　$u^2 + v^2$ の最小値 m，および最大値を与える x，y を求めよ．

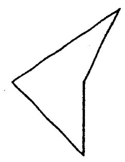
2　点 A は初め数直線の原点にあり，表と裏がそれぞれ確率 $\dfrac{1}{2}$ で出る硬貨を投げて，表が出たら $+1$ だけ進み，裏が出たら -1 だけ進むとする．硬貨を 8 回投げたとき，

(1)　点 A が 4 の倍数の点にある確率を求めよ．

(2)　点 A が 3 の倍数の点にある確率を求めよ．

3 すべての内角が π より小さい四角形を凸四角形という．1 辺の長さが 1 の正三角形 ABC を考え，4 点 A，B，


凸四角形の例


凸四角形でない四角形の例

C，P を適当な順に結ぶと凸四角形になるような点 P の存在範囲を R とする．

1 辺の長さが x（ただし $x > 1$ とする）の正三角形 DEF を次のように描き，$\triangle$DEF の内部を U とする．

$$\begin{cases} \text{AB と DE は平行，BC と EF は平行，CA と FD は平行である} \\ \triangle\text{ABC と }\triangle\text{DEF の重心は一致する} \\ \text{2 点 C，F は直線 AB に関して同じ側にある} \end{cases}$$

また，集合 X についてその面積を $m(X)$ で表すこととする．

(1) $m(R \cap U)$ を求めよ．

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{m(R \cap U)}{m(U)}$ を求めよ．

2 直線 AB，AC により，平面は 4 つの部分に分けられる．そのうち，$\triangle$ABC の内部を含む線分を S とする．$\triangle$ABC の重心を中心とする半径 y $\left(\text{ただし } y > \dfrac{1}{\sqrt{3}} \text{ とする}\right)$ の円の内部を V とし，点 A を中心にして V を含む最小の円の内部を T とする．

(3) $\alpha = m(S \cap U)$，$\beta = m(S \cap V)$，$\gamma = \dfrac{1}{6}m(V)$ とおくとき，α，β，γ の大小関係を不等式で示せ．

(4) $m(S \cap T)$ を求めよ．

(5) $\displaystyle\lim_{y\to\infty} \frac{m(R \cap V)}{m(V)}$ を求めよ．

4 方程式 $y = \dfrac{1}{x^2+1}$ で表される xy 平面上の曲線 C について，次の問いに答えよ．

(1) t を実数の定数とするとき，点 $\left(t,\ \dfrac{1}{t^2+1}\right)$ における C の接線の方程式を求めよ．

(2) 次の条件を満たす点 P_1 をとる．

$$\begin{cases} \mathrm{P}_1 \text{ は曲線 } C \text{ 上にあり，その } x \text{ 座標は正である} \\ \mathrm{P}_1 \text{ における } C \text{ の接線 } l_1 \text{ は } \mathrm{P}_0\left(1,\ \dfrac{1}{2}\right) \text{ を通る} \\ \mathrm{P}_1 \text{ は } \mathrm{P}_0 \text{ と異なる点である} \end{cases}$$

このような点 P_1 の座標を求めよ．

(3) 点 P_1 の x 座標を $\tan\alpha$ $\left(0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}\right)$ とするとき，2α を求めよ．

(4) 曲線 C と接線 l で囲まれる部分の面積 S を求めよ．

(5) 設問(2)と同様にして，次の条件を満たす点 P_n $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ を次々にとる．

$$\begin{cases} \mathrm{P}_n \text{ は曲線 } C \text{ 上にあり，その } x \text{ 座標は正である} \\ \mathrm{P}_n \text{ における } C \text{ の接線 } l_n \text{ は } \mathrm{P}_{n-1} \text{ を通る} \\ \mathrm{P}_n \text{ は } \mathrm{P}_{n-1} \text{ と異なる点である} \end{cases}$$

$n \to \infty$ のとき，点 P_n が限りなく近づく点の座標を求めよ．