1　漸化式 $a_{n+1} = 2a_n - 6$ ($n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$) および $a_{10} = 262$ を満たす数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 を求めよ．

2　$z^4 = -8 + 8\sqrt{3}i$ を満たす複素数 z のうち，実数部分が最大であるものを求めよ．

3　次の問いに答えよ．

(1)　$y = x + \dfrac{1}{x}$ とおく．x の 4 次方程式 $2x^4 - 9x^3 - x^2 - 9x + 2 = 0$ から y の 2 次方程式を導け．

(2)　(1)を利用して，方程式 $2x^4 - 9x^3 - x^2 - 9x + 2 = 0$ を解け．

(3)　x の 6 次方程式

$$x^6 + 2x^5 - 38x^4 + 228x^2 + 72x - 216 = 0 \quad \cdots(*)$$

を考える．ある定数 α に対し，$z = x + \dfrac{\alpha}{x}$ とおくとき，$(*)$ から z の 3 次方程式を導くことができる．

(3-1)　適切な α の値を求めよ．

(3-2)　$(*)$ を解け．

(4)　$y = x + \dfrac{1}{x}$ において，x が実数となるような実数 y の値の範囲を求めよ．

(5)　x の 4 次方程式 $x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1 = 0$ の解 x がすべて実数解となるような実数の定数 a，b の条件を求め，ab 平面上に図示せよ．

4 xy 平面において，実数 θ に対し，x 座標と y 座標がそれぞれ

$$\begin{cases} X = e^{k\theta}\cos\theta \\ Y = e^{k\theta}\sin\theta \end{cases}$$

で与えられる点 $\mathrm{P}(X,\ Y)$ を考え，θ が実数全体を動くとき，P が描く曲線を C とする．ただし，k は正の定数である．

(1) 点 P における C の接線 l の方向ベクトルを 1 つ求め，X，Y，k を用いて（θ を含まない形で）表せ．

(2) 点 P における C の法線（P を通り l に直交する直線）の方程式を求め，係数に θ を含まない形で表せ．

(3) 実数 t に対し，x 座標と y 座標がそれぞれ

$$\begin{cases} U = e^{kt}\cos t \\ V = e^{kt}\sin t \end{cases}$$

で与えられる点 $\mathrm{Q}(U,\ V)$ を考える．$\theta - t$ が π の整数倍でないとき，P における C の法線と Q における C の法線の交点 R の x 座標を求め，θ，t，k を用いて表せ．

(4) θ を固定し，t を限りなく θ に近づけるとき，点 R が限りなく近づく点 S の座標を求め，θ，k を用いて表せ．

(5) θ が実数全体を動くとき，点 S が描く曲線が C と一致するような k の値は存在するか．理由とともに答えよ．