

1 次の方程式を解け.

$$2^{2x-1} - 2^{x-2} + 2^{-x-1} = 1$$

2 数列 $\{a_m\}$ が, すべての自然数 m に対して, $a_1 + a_2 + \cdots + a_m = m^3$ を満たすとき,

- (1) a_m ($m = 1, 2, 3, \dots$) を求めよ.
- (2) $a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{2n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を求めよ.

3

xy 平面において、長さが 1 である線分 AB が、 A を x 軸上に、 B を y 軸上に置いて、動けるところすべてを動くものとする。

- (1) t を $0 \leq t \leq 1$ なる定数とする。線分 AB を $(1-t):t$ に内分する点 P の軌跡を求めよ。
- (2) 線分 AB (両端を含む) が通過する領域を、(1)の結果を利用して求め、図示せよ。
- (3) s を $0 < s < 1$ なる定数とする。線分 AB を $(1-s):s$ に内分する点を Q としたとき、線分 AQ (両端を含む) が通過する領域を求め、図示せよ。

4

xyz 空間において、 z 軸までの距離が 2 以下である点の全体を T とする。すなわち、 z 軸を中心軸とし、半径が 2 である (無限に長い) 円柱の側面および内部である。また、原点 $(0, 0, 0)$ を中心とする半径 1 の球面を S とし、点 $(1, 0, 0)$ を中心とする半径 1 の球面を S' とする。

- (1) 半径 1 の球面 K が、2 条件

- (ア) K と S は共有点をもたない
- (イ) K は T に含まれ、 T の側面に接する

を満たして動くとき、 T の側面の「 K が接することができない部分」の面積を求めよ。

- (2) 半径 1 の球面 K が、条件

- (ア') K と S' は共有点をもたない

および、(1)の条件 (イ) を満たして動くとする。

- (a) K の中心の座標を $(t \cos \theta, t \sin \theta, s)$ (ただし、 $t \geq 0$, $-\pi < \theta \leq \pi$) とおくとき、 t, s, θ が満たすべき条件を求めよ。
- (b) (a)において、 K が T の側面に接する点の座標を s, θ を用いて表せ。
- (c) T の側面の「 K が接することができない部分」の面積を求めよ。