1 次の空欄に適する式，不等式，数を解答欄に記せ．

a を実数とする．xy 平面において，点 $\mathrm{X}(x,\ y)$ と点 $\mathrm{A}(a,\ -12)$ を端点とする線分 XA を $2:1$ に内分する点を Y とすると，Y の x 座標は $\boxed{\text{ア}}$，y 座標は $\boxed{\text{イ}}$ のように表される．

a を固定する．点 X が放物線 $P: y = x^2$ の上を動くとき，点 Y の描く奇跡 Q の方程式は $y = \boxed{\text{ウ}}$ であり，2 曲線 P，Q の 2 つの交点を通る直線 l の方程式は $y = \boxed{\text{エ}}$ である．

a が実数全体を動くとき，曲線 Q が通過する領域 R は不等式 $\boxed{\text{オ}}$ で表され，直線 l が通過する領域 L は不等式 $\boxed{\text{カ}}$ で表される．

a が $-3 \leqq a \leqq 3$ の範囲を動くとき，曲線 Q が通過する領域を R' とし，R' と L の共通部分を M とする．点 $\mathrm{Z}(u,\ v)$ が M 上を動くとき，u の取り得る値の範囲は $\boxed{\text{キ}}$ であり，v の取り得る値の範囲は $\boxed{\text{ク}}$ である．また，M の面積は $\boxed{\text{ケ}}$ である．

2 座標空間において，3 点 A(a, 0, 0)，B(0, b, 0)，C(0, 0, c) を通る平面を考える．ただし，$a>0$，$b>0$，$c>0$ とする．原点 O とこの平面との距離を d，原点 O と点 M(a, b, c) との距離を m とおく．

問 1 $d=\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}}}$ であることを導け．

問 2 a，b，c が，正の数すべてを動くとき，$\left(\dfrac{m}{d}\right)^2$ の最小値を求めよ．

問 3 正の数 a，b，c が，いずれも他の 2 倍をこえないように動くとき，$\left(\dfrac{m}{d}\right)^2$ の最大値を求めよ．また，$\left(\dfrac{m}{d}\right)^2$ を最大にする a，b，c の比を，$a \leqq b \leqq c$ として求めよ．

3 r は $0 < r < 1$ なる実数，n は正の整数とし，$k = 1, 2, 3, \cdots, n$ に対し，

$$a_k = (1-r)r^{k-1}$$
$$p_k = \frac{3}{4}r^{k-1}$$

とおく．n 枚のコイン C_1，C_2，C_3，$\cdots$，C_n があり，これらを無作為に投げると，k 番目のコイン C_k は確率 p_k で表が出て，確率 $1-p_k$ で裏が出るように作られており，各コインの表裏は互いに独立に定まるものとする．これらのコインを投げて，各 $k = 1, 2, 3, \cdots, n$ に対し，C_k の表が出たら $u_k = a_k$ とし，裏が出たら $u_k = -a_k$ として，u_k $(k = 1, 2, 3, \cdots, n)$ の総和を X_n とする．また，u_k $(k = 1, 2, 3, \cdots, n)$ のうち正であるものの和を Y_n，負であるものの和を $Y_n{}'$ とする．

問 1 u_k の期待値 $E(u_k)$ を考えることにより，X_n の期待値 $E(X_n)$ の極限

$$x = \lim_{n\to\infty} E(X_n)$$

を r を用いて表せ．

問 2 $Y_n \pm Y_n{}'$ を考えることにより，Y_n の期待値 $E(Y_n)$ の極限

$$y = \lim_{n\to\infty} E(Y_n)$$

を r を用いて表せ．

問 3 $x = 0$ となるように r をとるとき，X_nY_n の期待値 $E(X_nY_n)$ の極限

$$z = \lim_{n\to\infty} E(X_nY_n)$$

を求めよ．