1　次の問いの答えのみを解答用紙に記せ．

問 1　正三角形 ABC の頂点上を点 P が次の規則①，②にしたがって移動する：

> ① 時刻 0 に P は A にいる．
> ② 1 秒ごとに，P は確率 $\dfrac{1}{4}$ で今いる頂点にとどまり，等確率で今いる頂点以外の他の 2 頂点のどちらかに移動する．

n 秒後に P が A にいる確率を p_n とし，$p = \displaystyle\lim_{n\to\infty} p_n$ とするとき，以下の各問いに答えよ．

(1) p_n を用いて p_{n+1} を表せ．

(2) p_n を n の式で表せ．

(3) p の値を求めよ．

(4) 不等式 $|p_n - p| < 5^{-20}$ を満たす最小の n の値を求めよ．ただし必要ならば, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ であることは用いてよい．

問 2　O を原点とする座標平面において，点 (x, y) が 3 つの不等式

$$y \geqq \frac{1}{2}x - 1, \qquad y \geqq 2x - 7, \qquad y \leqq -x^2 + 8x - 12$$

を満たしているとき，以下の各問いに答えよ．

(1) $\dfrac{y+1}{(x+1)^2}$ の最大値，最小値と，それらを与える点 (x, y) をそれぞれ求めよ．

(2) $\dfrac{y+1}{(x+1)^2} + \dfrac{(x+1)^2}{y+1}$ の最大値，最小値を求めよ．

2 次の極限値を求めよ．

問 1

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n+\frac{1}{2}}+\frac{1}{n+\frac{2}{2}}+\frac{1}{n+\frac{3}{2}}+\cdots+\frac{1}{2n}\right)$$

問 2

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n+\frac{1}{2}}+\frac{1}{n+\frac{3}{2}}+\frac{1}{n+\frac{5}{2}}+\cdots+\frac{1}{6n-1}\right)$$

問 3

$$\lim_{n\to\infty}\left(\left\{\left(1+\sin\frac{n\pi}{2n}\right)^{\sin\frac{n\pi}{n}}\left(1+\sin\frac{(n+1)\pi}{2n}\right)^{\sin\frac{(n+1)\pi}{n}}\left(1+\sin\frac{(n+2)\pi}{2n}\right)^{\sin\frac{(n+2)\pi}{n}}\cdots\right.\right.$$
$$\left.\left.\cdots\left(1+\sin\pi\right)^{\sin 2\pi}\right\}^{\frac{1}{n}}\right)$$

3 放物線 $y=x^2-nx$ と直線 $y=mx$ とで囲まれる部分を D_n とする．ただし n，m は

$$n>1,\qquad m>0,\qquad n>m,\qquad n>\frac{1}{m}$$

を満たす実数の定数とする．

問 1　D_n を x 軸のまわりに回転してできる回転体の体積 V_n の値を，n，m を用いて表せ．

問 2　D_n を直線 $y=mx$ のまわりに回転してできる回転体の体積 W_n の値を，n，m を用いて表せ．

問 3　極限 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{V_n}{W_n}$ の値を，m を用いて表せ．