

- 1**  $x$  の 3 次方程式  $x^3 + 6x^2 - px - q = 0$  (ただし  $p, q$  は実数の定数) が相異なる 3 つの実数解をもち, それらを適当に並べると等比数列になるという. 1 つの解が 4 であるとき, 他の 2 つの解と  $p, q$  の値を求めよ. 解答欄には答えのみを記入せよ.

**2** 1 から 6 までの番号をつけた 6 枚のカードから同時に 3 枚を取り出す。引いたカードに書かれている数字を  $a$ ,  $b$ ,  $c$  とする。O を原点とする  $xy$  平面において 3 点  $(a, a^2)$ ,  $(b, b^2)$ ,  $(c, c^2)$  を頂点とする三角形の面積を  $S$  とするとき、以下の各問いの答えのみを解答欄に記せ。

問 1  $S$  を  $a$ ,  $b$ ,  $c$  を用いて表せ。

問 2  $S$  の最大値と最小値を求めよ。

問 3  $S$  が偶数となる確率を求めよ。

- 3** 次の等式を満たす  $x > -1$  において定義された微分可能な関数  $f(x)$  を求めよ.

$$f(x) = \log(x+1) + \int_0^x f(x-t) \sin t \, dt$$

**4** 複素数  $z$  ( $z \neq 0, 2$ ) に対して

$$w = \frac{1}{|z|^2 - 2z}$$

とおく. 複素数  $w$  が純虚数であるときに  $z$  が動く複素数平面上の図形を  $C$  として, 以下の各問いに答えよ.

**問 1** 図形  $C$  を複素数平面上に図示せよ.

**問 2**  $C$  上の  $z$  に対して, 複素数平面上の 3 点  $\frac{5}{6}$ ,  $z$ ,  $z^2$  を頂点とする三角形の面積を  $S(z)$  とする. このとき,  $S(z)$  の最大値と, 最大値を与える  $z$  の値をそれぞれ求めよ.

**5**  $C$  は 2 点  $A, B$  を焦点とする楕円とし,  $AB = 2\sqrt{3}$ ,  $C$  の長軸の長さが 4 であるとする.  $C$  上の点で長軸上にない点を  $P$  とする. 直線  $PA$  が  $P$  と異なる点で  $C$  と交わる点を  $Q$  とし, 直線  $PB$  が  $P$  と異なる点で  $C$  と交わる点を  $R$  とする. また線分  $AR$  と線分  $BQ$  の交点を  $S$  とする.  $\vec{a} = \overrightarrow{PA}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{PB}$  とし,  $l = |\vec{a}|$  とおくと, 以下の各問いに答えよ.

問 1  $l$  の値の範囲を求めよ (答えのみでよい).

問 2  $\overrightarrow{PQ} = (1+s)\vec{a}$ ,  $\overrightarrow{PR} = (1+t)\vec{b}$  を満たす実数  $s, t$  を,  $l$  を用いて表せ.

問 3  $\overrightarrow{PS} = u\vec{a} + v\vec{b}$  を満たす実数  $u, v$  を,  $l$  を用いて表せ.

問 4 三角形  $SAB$  の面積を  $T_1$ , 三角形  $SQB$  の面積を  $T_2$  とする.  $8T_1 = 3T_2$  を満たす  $l$  の値を求めよ.