1 以下の文中の $\boxed{\text{ア}}$ 〜 $\boxed{\text{ト}}$ に適する 1 以上の整数を解答欄に記入せよ．なお，分数形で解答する場合は，既約分数で答えること．

問 1　3 以上の整数 m と実数 a（ただし，$a \neq 2$）に対し，x の m 次式 $(2x-a)^m$ を $(x-1)^3$ で割ったときの余りを

$$(2-a)^{m-2}\sum_{n=1}^{3} P_n(m)x^{3-n}$$

と表すとき，m の 2 次式 $P_n(m)$ $(n=1,\ 2,\ 3)$ を平方完成した形で求めると，

$$P_1(m) = \boxed{\text{ア}}\left(m - \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\right)^2 - \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

$$P_2(m) = -\boxed{\text{カ}}\left(m - \frac{\boxed{\text{キ}}-a}{\boxed{\text{ク}}}\right)^2 + \frac{a^2-\boxed{\text{ケ}}\,a+\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

$$P_3(m) = \boxed{\text{シ}}\left(m - \frac{\boxed{\text{ス}}-a}{\boxed{\text{セ}}}\right)^2 + \frac{a^2-\boxed{\text{ソ}}\,a-\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

となる．

問 2　**問 1** において，数列

$$\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}},\quad \frac{\boxed{\text{キ}}-a}{\boxed{\text{ク}}},\quad \frac{\boxed{\text{ス}}-a}{\boxed{\text{セ}}}$$

は初項 $\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$，公差 $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}-a}{\boxed{\text{テ}}}$ の等差数列となる．また座標平面上の 3 点

$$\left(\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}},\ -\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\right),\quad \left(\frac{\boxed{\text{キ}}-a}{\boxed{\text{ク}}},\ \frac{a^2-\boxed{\text{ケ}}\,a+\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right),\quad \left(\frac{\boxed{\text{ス}}-a}{\boxed{\text{セ}}},\ \frac{a^2-\boxed{\text{ソ}}\,a-\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}\right)$$

が同一直線上にあるための a に対する必要十分条件は $a = \boxed{\text{ト}}$ である．

2　n を 3 以上の整数とする．中が見えない袋の中に白球が n 個，黒球が n 個，赤球が 3 個入っており，袋の中から 3 個の球を無作為に同時に取り出す試行を行う．取り出した 3 個の球の色の種類が 2 である確率を p_n とする．また，取り出した 3 個の球の色の種類が 2 であり，かつその 3 個の球に赤球が含まれない確率を q_n とする．このとき，以下の各問いに答えよ．また，以下の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{サ}}$ に適する 1 以上の整数を解答欄に記入せよ．ただし，分数形で解答する場合は，既約分数で答えること．

問 1　数列 $\{p_n\}$ の一般項を求めると

$$p_n = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\,\frac{n^3 + \boxed{\text{ウ}}\,n^2 + \boxed{\text{エ}}\,n}{\left(n + \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\right)\left(n + \boxed{\text{キ}}\right)\left(n + \dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\right)} \qquad \left(\text{ただし，} \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} > \boxed{\text{キ}} > \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\right)$$

となる．

問 2　数列 $\{q_n\}$ の極限を $\alpha = \lim\limits_{n\to\infty} q_n$ とすると，$\alpha = \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ となる．

問 3　**問 2** の α に対し，極限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{\alpha}{p_n}\right)^n$ の値を求めよ．必要ならば自然対数の底の定義 $e = \lim\limits_{n\to\infty}(1+t)^{\frac{1}{t}}$ （ただし，t は実数）を用いてよい．

3 実数の定数 l は $l \geqq \dfrac{\sqrt{6}}{2}$ を満たすとする．四面体 ABCD において，AB = AC = BD = CD = l，辺 AB を 1 : 5 に内分する点を L，辺 BC の中点を M，辺 CD を 5 : 3 に内分する点を N とし，これら 3 点で定まる平面 LMN と直線 AD との交点を P とする．また，点 P から平面 BCD に垂線 PH を下ろしたとき，PH = $\dfrac{l}{2}$ であるとする．x = AM とおき，四面体 ABCD の体積を V として，以下の各問いに答えよ．

問 1　$\dfrac{\mathrm{PD}}{\mathrm{AP}}$ を求めよ．

問 2　x がとりうる値の範囲を求めよ．答えのみでよい．

問 3　V を l と x を用いて表せ．答えのみでよい．

問 4　l を固定して，$\overrightarrow{\mathrm{MA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{MD}} \geqq 0$ かつ $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AD}} \geqq \dfrac{2}{3}$ を満たすように x を動かすとき，V の最大値 V_{max} を求めよ．

4 関数 $f(x)$ $(x>0)$ は連続で，第 1 次導関数 $f'(x)$ が存在して連続で，第 2 次導関数 $f''(x)$ が存在し，かつ $f'(x)>0$，$f''(x)>0$ を満たすと仮定する．座標平面において，曲線 $C: y=f(x)$ 上の点 $\mathrm{A}(t,\ f(t))$ における C の法線と，点 $\mathrm{B}(t+h,\ f(t+h))$ $(h\neq 0)$ における C の法線の交点を $\mathrm{P}(h)$ とおく．h を 0 に限りなく近づけるとき，点 $\mathrm{P}(h)$ が限りなく近づく点を P とする．また，2 点 A，P 間の距離を $R(t)$ とおく．

問 1 点 $\mathrm{A}(t,\ f(t))$ における C の法線の方程式を，t，$f(t)$，$f'(t)$ を用いて表せ．答えのみでよい．

問 2 点 P の座標を以下の形で求めよ．

$$\left(t-\boxed{\ ア\ },\ f(t)+\boxed{\ イ\ }\right)$$

問 3 $R(t)$ を求めよ．答えのみでよい．

問 4 以上の結果を用いて，関数 $f(x)=\displaystyle\int_0^x \sqrt{e^{2t}-1}\,dt$ $(x>0)$ に対して，次の定積分 I の値を求めよ．

$$I=\int_{\frac{1}{2}}^{\log 2}\frac{1}{R(t)}\,dt$$