平　成　5　年　度 医学部前期入学試験問題

数　　学

（時間：120 分）

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません.

2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい.

3　解答は，すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい.

4　問題冊子の余白は，計算等に用いて構いません.

5　試験終了後，解答用紙のみを回収します.

1 次の各問に対し，答えだけを書け．

(1) 平面 $x+2y-z=3$ に関して，点 $(2,\ -1,\ 3)$ と対称な点の座標を求めよ．

(2) 点 $\mathrm{P}(2,\ a)$ を行列 $\begin{pmatrix} 2a & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix}$ の表す 1 次変換で移した点を Q とする．O を原点として，三角形 OPQ の面積が 8 であるとき，実数 a の値を求めよ．

(3) 1 から 8 までの整数から無作為に相異なる 4 つの数を取り出す．取り出した数のうちで 2 番目に大きいものを X とするとき，確率変数 X の期待値を求めよ．

(4) $\{a_n\}$ を初項 $\dfrac{1}{2}$，公比 4 の等比数列として，$b_n = a_n \log_2 a_n\ (n \geqq 1)$ とする．$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} b_k$ を n の式で表せ．

2 双曲線 $x^2-y^2=1$ を C，直線 $y=-x$ を ℓ_1 とし，点 $\mathrm{P}(a,\ a)$ を通り C に接する直線を ℓ_2 とする．ただし，a は正の定数である．C と ℓ_2 との接点を M，ℓ_1 と ℓ_2 との交点を Q とするとき，

(1) M，Q の座標を a を用いて表し，M が線分 PQ の中点であることを示せ．

(2) M を通り ℓ_2 に垂直な直線と ℓ_1 との交点を R とする．三角形 PQR が正三角形であるとき，a の値を求めよ．

3 関数 $f(x) = e^{ax}\sin\left(3x+\dfrac{\pi}{6}\right)$ は $f'\left(\dfrac{7}{18}\pi\right)=0$ を満たすとする．ただし，e は自然対数の底である．

(1) 定数 a の値を求めよ．

(2) $0 \leqq x \leqq \pi$ の範囲において，関数 $f(x)$ の極値を求めよ．

4 関数 $f(x)$，$g(x)$ は次の条件を満たすとする．

$$f'(x) = 7f(x)+12g(x), \quad g'(x) = -4f(x)-7g(x)$$
$$f(0)=3, \quad g(0)=-1$$

(1) $h(x)=2f(x)+3g(x)$，$k(x)=-f(x)-2g(x)$ とおく．
$h'(x)$ を $h(x)$ で表し，$k'(x)$ を $k(x)$ で表せ．

(2) $f(x)$，$g(x)$ を求めよ．