平 成 6 年 度
医学部前期入学試験問題

数 学

（時間：120 分）

注 意 事 項

1 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません．

2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい．

3 解答は，すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい．

4 問題冊子の余白は，計算等に用いて構いません．

5 試験終了後，解答用紙のみを回収します．

1 次の各問に対し，答えだけを書け．

(1) 2 直線 $\dfrac{x+1}{3}=y+2=\dfrac{z-3}{2}$，$x-a=\dfrac{y-a}{4}=\dfrac{z-8}{3}$ が交わるような定数 a の値を求めよ．

(2) だ円 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ を C とし，だ円 C 上の点 P から直線 $x-2y-3=0$ に下した垂線の足を H とする．点 P がだ円 C 上を動くとき，線分 PH の長さの最大値を求めよ．

(3) 正方形 ABCD において，辺 BC の中点を P，辺 CD を $t:1-t$ に内分する点を Q，線分 BD と線分 AQ の交点を R とする．ただし，$0<t<1$ である．ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{RP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$ が垂直であるとき，t の値を求めよ．

(4) 白球が 3 個，赤球が 3 個入った箱がある．1 つのサイコロを投げて，偶数の目が出たら球を 3 個，奇数の目が出たら球を 2 個箱から取り出す．取り出した球のうち白球の個数を X とするとき，確率変数 X の期待値を求めよ．

2 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ 1 & c \end{pmatrix}$，$E=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする．ただし，a，b，c は正の整数である．

(1) $A^2=(a+c)A-(ac-b)E$ が成り立つことを示せ．

(2) $A^3=(b-1)^2A$ が成り立つとき，a，b，c の値を求めよ．

3 数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ は $n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$ に対して条件

$$a_{n+1}=\frac{2}{5}a_n+\frac{1}{5}b_n+\frac{1}{5},\quad b_{n+1}=\frac{1}{5}a_n+\frac{2}{5}b_n-\frac{1}{5}$$

を満たし，$a_1=1$，$b_1=0$ とする．

(1) a_n+b_n，a_n-b_n を n の式で表せ．

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n$，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}b_n$ を求めよ．

4 曲線 $y=\dfrac{1}{1+x^2}$ 上の点 $\left(t,\ \dfrac{1}{1+t^2}\right)$ における接線を ℓ とし，接線 ℓ が直線 $x=\dfrac{1}{2}$，$x=\dfrac{3}{2}$ と交わる点をそれぞれ P，Q とする．

(1) 点 P の y 座標と点 Q の y 座標は，すべての実数 t に対して正であることを示せ．

(2) 接線 ℓ と x 軸および 2 直線 $x=\dfrac{1}{2}$，$x=\dfrac{3}{2}$ で囲まれた部分の面積を $S(t)$ とする．

$0\leqq t\leqq 2$ の範囲で $S(t)$ の最小値を求めよ．