平　成　7　年　度
医学部前期入学試験問題

数　　学

（時間：120 分）

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません．

2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい．

3　解答は，すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい．

4　問題冊子の余白は，計算等に用いて構いません．

5　試験終了後，解答用紙のみを回収します．

1 次の各問に対し，答えだけを書け．

(1) 2 つのベクトルを $\overrightarrow{a} = (2,\ 2,\ -2)$，$\overrightarrow{b} = (2,\ -2,\ -1)$ とする．$t\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$ と $\overrightarrow{a} - t\overrightarrow{b}$ が垂直であるとき，実数 t の値を求めよ．

(2) 原点 O とする xy 平面上に 2 点 A$(1,\ 1)$，B$(1,\ 2)$ がある．一次変換 f は点 A を点 P$(-2,\ 2)$ に移し，3 点 O，A，B を頂点とする三角形を正三角形に移す．このとき，一次変換 f を表す行列を求めよ．

(3) 定積分 $\displaystyle\int_1^3 \left|1 - \frac{5}{3x-1}\right| dx$ の値を求めよ．

(4) 箱の中に 1，2，3，4 の番号をつけた札がそれぞれ 2 枚ずつ，計 8 枚入っている．この箱から無作為に 5 枚の札を取り出し，取り出した札の番号の最大値と最小値の差を X とするとき，確率変数 X の期待値を求めよ．

2 空間に点 A$(6,\ 6,\ 0)$，平面 $\alpha : x + 2y - 2z = 0$ および球面 $S : x^2 - ax + y^2 - by + z^2 - cz = 0$ があり，点 A から平面 α に下ろした垂線の足を H とする．ただし，a，b，c は実数である．

(1) 点 H の座標を求めよ．

(2) 球面 S は 2 点 A，H を通り，球面 S と平面 α が交わってできる円の半径が $3\sqrt{5}$ であるとき，a，b，c の値を求めよ．

3 $2\sin^2 x - 3$ を初項，$\sin^2 x - \dfrac{1}{2}\sin 2x$ を公比とする無限等比級数がある．ただし，$0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ とする．

(1) この無限等比級数は収束することを示せ．

(2) この無限等比級数の和を S とするとき，S を $\tan x$ を用いて表せ．また，S の最大値を求めよ．

4 連続な関数 $f(x)$ は次の条件を満たすとする．

$$f(x) = (x+1)e^{-x} + \log(e^{-x} + 1) + \int_0^x f(t)\,dt$$

ただし，e は自然対数の底であり，対数は自然対数とする．

(1) $e^{-x} f(x)$ の導関数を求めよ．

(2) $f(x)$ を求めよ．