平　成　10　年　度
医学部前期入学試験問題

数　　学

（時間：120 分）

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません．

2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい．

3　解答は，すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい．

4　問題冊子の余白は，計算等に用いて構いません．

5　試験終了後，解答用紙のみを回収します．

1 次の各問に対し，答えだけを書け．

(1) 1 辺の長さが 1 の正三角形 ABC の内部に点 P があって $\overrightarrow{\mathrm{AP}} + 3\overrightarrow{\mathrm{BP}} + 2\overrightarrow{\mathrm{CP}} = \vec{0}$ を満たしているとき，三角形 ABP の面積を求めよ．

(2) a，b を正の整数とする．2 次方程式 $x^2 + (a-b)x + 6 - ab = 0$ の 2 つの解がともに正の整数となるような a，b の値を求めよ．

(3) n を正の整数とする．3 つの不等式 $2x + y \leqq 5n$，$x - 2y \leqq 0$，$x \geqq 0$ を同時に満たす整数 x，y の組 $(x,\ y)$ の個数を n の式で表せ．

(4) 定積分 $\displaystyle\int_0^1 (x + x^3)\sqrt{1 - x^2}\,dx$ の値を求めよ．

2 a を実数とし，2 つの放物線 $y = x^2 + 1$，$y = -x^2 + ax$ は共有点をもたないとする．

(1) a のとりうる値の範囲を求めよ．

(2) この 2 つの放物線の両方に接する直線が 2 本存在することを示せ．

(3) (2)の 2 本の直線の交点を P とする．a が(1)で求めた範囲を動くとき，P の軌跡を求めよ．

3

(1) 方程式 $\pi\sin\pi x - \dfrac{3}{2} = 0$ は，$\dfrac{5}{6} \leqq x \leqq 1$ の範囲にはただ 1 つの実数解をもつことを示せ．

(2) $\dfrac{5}{6} \leqq x \leqq 1$ のとき，不等式 $\dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{4}x^2 - \dfrac{1}{\pi}\sin\pi x + \dfrac{1}{3} > 0$ が成り立つことを示せ．

4 曲線 $y = \log(1 + x)$ がある．直線 $x = \dfrac{k}{n}$ がこの曲線と交わる点を P_k とし，P_k においてこの曲線に引いた接線と x 軸および直線 $x = \dfrac{k}{n}$ で囲まれた三角形の面積を S_k とする．ただし，n，k は正の整数で $1 \leqq k \leqq n$ であり，対数は自然対数である．

このとき，極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\sum_{k=1}^{n} S_k\right)\log\left(1 + \frac{1}{n}\right)$ を求めよ．