

平成 11 年度
医学部前期入学試験問題

数 学

(時間：120分)

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答は、すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- 4 問題冊子の余白は、計算等に用いて構いません。
- 5 試験終了後、解答用紙のみを回収します。

1 次の各問に対して、答えだけを書け.

- (1) x, y についての連立方程式 $\begin{pmatrix} a & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} -y \\ x \end{bmatrix}$ が $x = y = 0$ 以外の解をもつように実数 a の値を求めよ.
- (2) O を原点とする座標平面上に円 $C: \frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ と直線 $\ell: y = x$ がある. C 上の点 P に対して, ℓ に関して P と対称な点を Q とする. P が C 上を動くとき, ベクトル \overrightarrow{OP} と \overrightarrow{PQ} の内積の最大値と最小値を求めよ.
- (3) 複素数 z が $|z|^2 - (1+i)z - (1-i)\bar{z} = -1$ を満たすとき, $z + (1 + \sqrt{3})i$ の偏角 θ ($0 \leq \theta < 2\pi$) の最小値を求めよ. ただし, i は虚数単位, \bar{z} は z の共役複素数である.
- (4) $\int_1^3 x^2 (\log x)^2 dx$ を求めよ. ただし, 対数は自然対数である.

2 正の整数 k に対して, 2次不等式 $x^2 + x - \frac{7}{4} - k < 0$ を満たす整数 x のうちで最大のものを a_k とする.

- (1) 正の整数 n に対して, $a_k = n$ となる k の個数を n の式で表せ.
- (2) $\sum_{k=1}^{500} a_k$ を求めよ.

3

- (1) 任意の実数 x に対して, 次の不等式が成り立つことを示せ.

$$\frac{1}{2}x^2 + \cos x \geq 1$$

- (2) $x < 1$ のとき, 次の不等式が成り立つことを示せ. ただし, 対数は自然対数である.

$$(x^2 + \cos x) \log(x^2 + \cos x) + (1-x) \log(1-x) \geq x^2 - x + \cos x - 1$$

4 $f(t) = \int_0^\pi (\cos t \sin x - \sin t \cos 2x + x)^2 dx$ とする.

- (1) $f(t)$ を求めよ.
- (2) $0 \leq t \leq \frac{\pi}{6}$ において, $f(t)$ の最小値を求めよ.