平　成　12　年　度
医学部前期入学試験問題

数　学

（時間：120 分）

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません．

2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい．

3　解答は，すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい．

4　問題冊子の余白は，計算等に用いて構いません．

5　試験終了後，解答用紙のみを回収します．

1 次の各問に対して，答えだけを書け．

(1) 3 で割ったときに余りが 2 で，4 で割ったときに余りが 1 であるような自然数を，のこらず，小さいものから順に並べた数列 $\{a_n\}$ がある．$a_n > 2000$ をみたす最小の n を求めよ．

(2) 正三角形 ABC において，辺 BC を 1 : 2 に内分する点を D とし，C から線分 AD に下ろした垂線の足を E とする．三角形 ABC と三角形 ABE の面積の比を求めよ．

(3) a は正の定数とする．点 $(1,\ a)$ を通り，双曲線 $x^2 - 4y^2 = 2$ に接する 2 本の直線が直交するとき，a の値を求めよ．

(4) O を原点とする座標平面上に 2 点 A(2, 0)，B(0, 1) がある．自然数 n に対し，線分 AB を $1 : n$ に内分する点を P_n とし，$\angle \mathrm{AOP}_n = \theta_n$ とする．ただし，$0 < \theta_n < \dfrac{\pi}{2}$ である．線分 AP_n の長さを ℓ_n として，極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\ell_n}{\theta_n}$ を求めよ．

2 xy 平面上に円 $C : x^2 + (y-2)^2 = 1$ と点 $\mathrm{P}(t,\ 0)$（ただし，t は実数）がある．P から C に引いた 2 本の接線の接点を Q，R とし，線分 QR の中点を M とする．

(1) M の座標を t を用いて表せ．

(2) P が x 軸上を動くとき，M の軌跡を求めよ．

3 関数 $f(x) = \dfrac{a - \cos x}{a + \sin x}$ が，$0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で極大値をもつように，定数 a の値の範囲を定めよ．また，その極大値が 2 となるときの a の値を求めよ．

4

a は正の定数とする．曲線 $y = (x-a)e^{-x}$ を C とし，C 上の点 $(a+1,\ e^{-a-1})$ と原点 $(0,\ 0)$ を結ぶ直線を ℓ とする．ただし，$e = 2.718\cdots$ は自然対数の底である．

(1) 不定積分 $\displaystyle\int (x-a)e^{-x}\,dx$ を求めよ．

(2) C と ℓ は，$0 < x < a+1$ の範囲では，ただ 1 つの共有点をもつことを示せ．

(3) C と ℓ で囲まれた図形の面積を S_1 とし，C と ℓ および x 軸で囲まれた図形の面積を S_2 として，$S_1 = S_2$ が成り立つように a の値を定めよ．