

平成 19 年度  
医学部前期入学試験問題

# 数 学

(時間：120分)

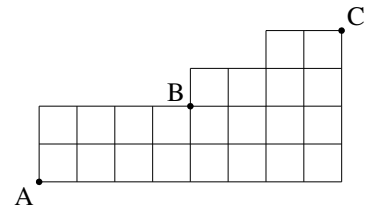
## 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答は、すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい。
- 4 問題冊子の余白は、計算等に用いて構いません。
- 5 試験終了後、解答用紙のみを回収します。

**1** 次の問いに対して、答えだけを書け.

(1) 右の図のような道路網がある.

- (i) A 地点から B 地点を經由して C 地点に行く最短の経路は何通りあるか.  
 (ii) A 地点から C 地点に行く最短の経路は何通りあるか.



(2) 直線  $y = 2x$  に関する対称移動を表す 1 次変換を  $f$  とし、原点を中心とする  $30^\circ$  の回転移動を表す 1 次変換を  $g$  とする. 合成変換  $g \circ f$  を表す行列を求めよ.

**2** 次の問いに答えよ.

(1) 三角形  $OAB$  の辺  $OA$ ,  $AB$ ,  $BO$  上にそれぞれ動点  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  があって、三角形  $OAB$  の重心と三角形  $PQR$  の重心が一致するように動いている.  $\overrightarrow{OP} = t\overrightarrow{OA}$  ( $0 < t < 1$ ) として、 $\overrightarrow{OQ}$  と  $\overrightarrow{OR}$  を  $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{OB}$  および  $t$  を用いて表せ. また、三角形  $PQR$  の面積が最小となる  $t$  の値を求めよ.

(2)  $a$  を正の実数とする. 次の 2 つの条件(ア), (イ)を満たす関数  $f(x)$  を 1 つ求めよ.

(ア)  $|x| \geq a$  ならば、 $f(x) = |x|$

(イ) すべての実数  $x$  について、第 2 次導関数  $f''(x)$  が存在する.

**3**  $xyz$  空間において、 $xy$  平面上の 2 直線  $x = 1$  と  $y = 0$  および曲線  $y = \sqrt{x}$  で囲まれた図形を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる回転体を  $A$  とする.  $a$  ( $0 < a < 1$ ) を定数とし、 $A$  を平面  $z = a$  で切り、2 つの図形に分けたときのそれぞれの体積を  $V_1$ ,  $V_2$  ( $V_1 < V_2$ ) とする.

(1)  $A$  の体積を求めよ.

(2)  $A$  を平面  $z = a$  で切ったときの断面積を求めよ.

(3)  $\sin \theta = a$  となる ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) を用いて  $V_1$  を表せ.

(4)  $\lim_{a \rightarrow +0} \frac{V_2 - V_1}{a}$  の値を求めよ.

**4**  $m, n$  を自然数とし、 $S_m(n) = \sum_{k=1}^m k^{n-1}$  とおく. 次の問いに答えよ.

(1)  $n$  以下の自然数  $l$  について、 $\binom{n+1}{l} = \binom{n}{l} + \binom{n}{l-1}$  が成り立つことを示せ.

(2) すべての自然数  $n$  について二項定理  $(1+k)^n = \sum_{l=0}^{n-1} \binom{n}{l} k^l + k^n$  が成り立つことを数学的帰納法を用いて示せ.

(3)  $n$  を 2 以上とする.

(i)  $nS_m(n) = (1+m)^n - 1 - \sum_{j=1}^{n-1} \binom{n}{j-1} S_m(j)$  が成り立つことを示せ.

(ii)  $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{nS_m(n) - m^n}{m^{n-1}}$  を求めよ.