平　成　25　年　度
医学部前期入学試験問題

数　　学

（時間：120 分）

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません.
2　試験中に問題冊子の印刷不鮮明および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい.
3　解答は，すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい.
4　問題冊子の余白は，計算等に用いて構いません.
5　試験終了後，解答用紙のみを回収します.

1 以下の各問いに答えよ．

(1) 座標平面上の直線 $x+2y=6$ 上にあって，点 $(2,\ -3)$ との距離が最小になる点の座標を求めよ．

(2) 座標平面上の曲線 $C : x^2+xy+y^2=3$ について，以下の問いに答えよ．

(i) 原点のまわりの 45° の回転移動によって，C 上の各点が移る曲線の方程式を求めよ．

(ii) 曲線 C で囲まれた図形のうち，$y \geqq 0$ の領域に含まれる部分の面積を求めよ．

(3) 座標平面上において，曲線 $C_1 : y = x\log x\ (x \geqq 1)$ と放物線 $C_2 : y = ax^2$ がある点 P を共有し，P において共通の接線 l を持つものとする．

(i) a の値を求めよ．

(ii) C_1，C_2 および x 軸によって囲まれた図形の面積を S_1 とし，C_1，l および x 軸によって囲まれた図形の面積を S_2 とする．S_1，S_2 の値を求めよ．

(4) $\triangle$ABC において，$\angle$A と $\angle$B の大きさをそれぞれ A，B で表し，頂点 A，B，C の対辺の長さをそれぞれ a，b，c で表す．$\tan\theta = \dfrac{3}{4}$ になる $\theta \left(-\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{\pi}{2}\right)$ について，$\dfrac{a}{c}\cos(B-\theta)+\dfrac{b}{c}\cos(A+\theta)$ の値を求めよ．

(5) n は自然数とする．導関数の定義にしたがって，関数 $f(x)=x^n$ の導関数を求めよ．

(6) n は 2 以上の自然数とする．$\dfrac{1}{2^n}$ は，小数第 $(n-1)$ 位が 2，小数第 n 位が 5 である小数第 n 位までの有限小数で表わされることを示せ．

2 一辺の長さが 8 である正四面体 OABC の辺 OA，OB，OC 上に点 D，E，F があって，AD = OE = OF = 5 を満たしている．$\triangle$DEF の重心 G を通り $\triangle$DEF を含む平面に垂直な直線が，$\triangle$ABC を含む平面と交わる点を H とする．
$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ として，以下の問いに答えよ．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．

(3) 四面体 DEFH の体積を求めよ．

3 A$(1,\ 1,\ 0)$，B$(-1,\ 1,\ 0)$，C$(-1,\ -1,\ 0)$，D$(1,\ -1,\ 0)$，G$(0,\ 0,\ \sqrt{2})$ を xyz 空間の点とする．正方形 ABCD を底面とし，G を頂点とする四角すいの内部の点 P$(x,\ y,\ z)$ で，$x^2+y^2 \leqq 1$ を満たす点を集めた図形を V とする．また，平面 $z=a$ で V を切断したときの切断面を S_a とする．ただし，$0<a<\sqrt{2}$ である．以下の問いに答えよ．

(1) S_a が正方形となる a の最小値を z_0 とする．z_0 の値を求めよ．

(2) (1)の z_0 について，$0<a<z_0$ とする．$\cos\theta = 1-\dfrac{a}{\sqrt{2}}$ を満たす $\theta \left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ を用いて S_a の面積を表せ．

(3) V の体積を求めよ．