平 成 30 年 度
医学部前期入学試験問題

数　学

（時間：120 分）

注 意 事 項

1 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません.

2 試験中に問題冊子の印刷不鮮明および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい.

3 解答は，すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい.

4 問題冊子の余白は，計算等に用いて構いません.

5 試験終了後，解答用紙のみを回収します.

1 以下の各問いについて答えだけを書け．

(1) $\sqrt{2-\sqrt{3}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$ を満たす有理数 a，b を求めよ．

(2) $\triangle$ABC について，AB $=c$，BC $=a$，CA $=b$ とする．内積 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を a，b，c で表わせ．また，辺 AB を 2 : 1 に内分する点 P と辺 BC を 2 : 1 に内分する点 Q の間の長さ PQ を a，b，c で表わせ．

(3) $0 \leqq x \leqq \pi$ の範囲で方程式 $\sin 3x=\cos 2x$ を解け．

(4) 定積分 $\displaystyle\int_1^e (\log x - x)^2\,dx$ を求めよ．ただし，e は自然対数の底である．

(5) 複素数 z が等式 $|2iz+6|=|z-3|$ を満たすとき，$|z|$ の最小値を求めよ．ただし，i は虚数単位である．

(6) xy 平面上の点 $(x,\ y)$ で x と y がともに整数である点を格子点という．自然数 n について，$y \geqq nx$ および $y \leqq 2n^2-x^2$ を満たす格子点の総数を n で表わせ．

2 関数 $f(x)=x^3-6x$ について，曲線 $y=f(x)$ を C とする．また，$\sqrt{3}$ より大きい実数 a について $a_1=a$ とし，a_n $(n=1,\ 2,\ \cdots\cdots)$ に対して C 上の点 $(a_n,\ f(a_n))$ における接線と直線 $y=3x$ との交点の x 座標を a_{n+1} と定めることにより数列 $\{a_n\}$ を定義する．以下の問いに答えよ．

(1) $a_2 \geqq 3$ を示せ．

(2) 関数 $g(x)=\dfrac{2x^2-3x-9}{3x^2-9}$ について，曲線 $y=g(x)$ $(x>\sqrt{3})$ のグラフをかけ．また，漸近線を求めよ．

(3) 2 以上のすべての自然数 n に対して，不等式 $0 \leqq a_{n+1}-3 \leqq \dfrac{2}{3}(a_n-3)$ が成り立つことを示せ．

(4) 極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n$ が存在することを示せ．

3 OA $=\sqrt{2}$OB を満たす $\triangle$OAB の辺 AB 上に点 P があって，OP $=2$，$\angle$AOP $=45^\circ$，$\angle$BOP $=60^\circ$ である．$\triangle$OAP の外接円を C_1，$\triangle$OBP の外接円を C_2 とする．以下の問いに答えよ．

(1) 辺 OB の長さを求めよ．

(2) C_1 の半径 R_1 と C_2 の半径 R_2 を求めよ．

(3) C_1 の内部と C_2 の内部の共通部分の面積 S を求めよ．

(4) C_1 の内部と C_2 の内部の共通部分を直線 OP のまわりに回転してできる回転体の体積 V を求めよ．