

前期日程問題

平成8年度医学科入学試験問題

数 学

(注意事項)

- 1 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけない。
- 2 **解答用紙に受験番号と氏名を必ず記入すること。**
- 3 この問題冊子の本文は、4 ページからなっている。落丁、乱丁及び印刷不鮮明な箇所があれば、手をあげて監督者に知らせること。
- 4 この問題冊子の計算用紙と余白は、適宜下書きに使用してもよい。
- 5 解答は、すべて別紙「解答用紙」の指定された場所に記入すること。
- 6 この問題冊子は持ち帰ること。

1 次の問に答えよ.

- (1) a_1, a_2, \dots, a_n は定数で, 次で定められる関数を $f(x)$ とする.

$$f(x) = \sum_{i=1}^n (x - a_i)^2$$

このとき, 関数 $f(x)$ の最小値を与える x を求めよ.

- (2) $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{2m-1}, a_{2m}$ は定数で, 次を満たしている.

$$a_{2m-1} < \dots < a_3 < a_1 < a_0 < a_2 < a_4 < \dots < a_{2m}$$

次で定められる関数を $g_m(x)$ とする.

$$g_m(x) = \sum_{i=0}^{2m} |x - a_i|$$

このとき, 関数 $g_m(x)$ は $x = a_0$ で最小値をとることを示せ.

- (3) $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ は定数で, 次で定められる関数を $h(x)$ とする.

$$h(x) = \max\{|x - a_1|, |x - a_2|, \dots, |x - a_n|\}$$

ただし, $\max\{c_1, c_2, \dots, c_p\}$ は, c_1, c_2, \dots, c_p の最大値を表す.

このとき, 関数 $h(x)$ の最小値を与える x を求めよ.

2 原点を中心とする半径 $\sqrt{3}$ の半円がある. 図のように, $A(\sqrt{3}, 0)$, $B(0, \sqrt{3})$, $C(-\sqrt{3}, 0)$, $D(1, 0)$ があり, 点 Q が弧 AB 上にある. 動点 P は, 点 C から出発し, 点 Q まで弧 CQ 上を速さ 2 で進み, さらに, 点 Q からは, 点 D に向かって線分 QD 上を速さ 1 で進む.

この所要時間を最小にする点 Q , および, その所要時間を求めよ.

要図版

3

- (1) 円 $x^2 + y^2 = a^2$ ($a > 0$) に内接する長方形の周の長さを l とする. l の最大値を求めよ.
- (2) 球 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ($a > 0$) に内接する直方体の表面積を S とする.
- (a) S を直方体の全ての辺の長さの和 L と a を用いて表せ.
- (b) S の最大値を求めよ.

4 $N + 1$ 個の袋 S_0, S_1, \dots, S_N があり, k 番目の袋 S_k には, k 個の赤玉と, $N - k$ の白玉が入っている.

(1) k 番目の袋 S_k において, 玉を 1 つでたらしめに取り出すことを n 回くり返し行う. ただし, 取り出した玉は, 袋 S_k に毎回戻す. このとき, 取り出した玉が n 回とも赤玉である確率 $P_{N, k}(n)$ を求めよ.

(2) $N + 1$ 個の袋 S_0, S_1, \dots, S_N のうち 1 つをでたらしめに選び, ついで, その選ばれた袋から, 玉を 1 つでたらしめに取り出すことを n 回くり返し行う. ただし, 取り出した玉は, 元の袋に毎回戻す.

このとき, 取り出した玉が n 回とも赤玉である確率を $P_N(n)$ とおく.

(a) $P_N(n)$ を上の(1)の $P_{N, k}(n)$ を用いて表せ.

(b) $n = 2, N = 10^5$ のとき, $P_N(n)$ の値を小数で求めよ.

(c) $\lim_{N \rightarrow \infty} P_N(n)$ を求めよ.