

前期日程問題

平成9年度医学科入学試験問題

数 学

(注意事項)

- 1 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけない。
- 2 **解答用紙に受験番号と氏名を必ず記入すること。**
- 3 この問題冊子の本文は、5 ページからなっている。落丁、乱丁及び印刷不鮮明な箇所があれば、手をあげて監督者に知らせること。
- 4 この問題冊子の計算用紙と余白は、適宜下書きに使用してもよい。
- 5 解答は、すべて別紙「解答用紙」の指定された場所に記入すること。
- 6 この問題冊子は持ち帰ること。

1 次の2つの不等式が定める図形の面積を求めよ.

$$\sqrt{3}y \geq x^2 + 2x, \quad x^2 + y^2 \leq 4$$

2

- (1) $x > 0$ のとき, 次の不等式が成り立つことを示せ.

$$\log x \leq x - 1$$

- (2) $p_1, \dots, p_n, q_1, \dots, q_n$ は次を満たす正の数とする.

$$\sum_{i=1}^n p_i = \sum_{i=1}^n q_i = 1$$

このとき, 次の不等式を示せ.

$$\sum_{i=1}^n p_i \log \left(\frac{p_i}{q_i} \right) \geq 0$$

また, 等号が成り立つのはどのような場合か.

3 1 から n までの正の整数を 1 つずつ記入したカード n 枚の中から, でたらめに同時に 2 枚のカードを引きぬく.

- (1) 引きぬかれた 2 枚のカードに書かれた数がともに偶数である確率を求めよ. ただし, n は偶数とする.
- (2) 引きぬかれた 2 枚のカードに書かれた数の和が偶数である確率を求めよ. ただし, n は奇数とする.
- (3) 引きぬかれた 2 枚のカードに書かれた数の和の期待値を求めよ.

4 次の不等式が定める図形を D とする.

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq y \leq \sin 2x$$

- (1) 曲線 $y = a \sin x$ と $y = \sin 2x$ が $0 < x < \frac{\pi}{2}$ で交わるような定数 a の範囲を求めよ.
- (2) 曲線 $y = a \sin x$ が図形 D を面積の等しい 2 つの部分に分けるような定数 a を求めよ.

5 a, b, c, d は、次の条件を満たす定数とする。

$$2a - b = 1, \quad 2c - d = 1, \quad ad - bc = -1, \quad c \neq 0$$

次の双曲線を H とする。

$$H: y = \frac{b + dx}{a + cx}$$

- (1) 双曲線 H は点 $(1, 2)$ を通ることを示せ。
- (2) 直線 $x + y = 3$ と双曲線 H は接することを示せ。