

前期日程問題

平成17年度医学科入学試験問題

数 学

(注意事項)

- 1 監督者の指示があるまで、この冊子を開いてはいけない。
- 2 **解答用紙に受験番号と氏名を必ず記入すること。**
- 3 この問題冊子の本文は、3ページからなっている。落丁、乱丁及び印刷不鮮明な箇所があれば、手をあげて監督者に知らせること。
- 4 この問題冊子の計算用紙と余白は、適宜下書きに使用してもよい。
- 5 解答は、すべて別紙「解答用紙」の指定された場所に記入すること。
- 6 この問題冊子は持ち帰ること。

1 N, p は正の整数とする. 複素数平面で, 原点を中心とする単位円 C を N 等分する点を z_0, z_1, \dots, z_{N-1} とする. ただし, $z_0 = 1$ で, z_0, z_1, \dots, z_{N-1} は円 C 上を反時計回りに番号が付けられている. また, $z_N = 1$ とする.

このとき, つぎの値を求めよ.

$$(1) \sum_{k=1}^N (z_k)^p$$

$$(2) \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N (z_k - z_{k-1})^p$$

$$(3) \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N |z_k - z_{k-1}|^p$$

2 関数 $g(y)$ は,

$$g(y) = 4\sqrt{y^2 - 12y + 43} - 16$$

であり, 関数 $G(y)$ は関数 $g(y)$ の原始関数とする: すなわち,

$$\frac{dG(y)}{dy} = g(y)$$

である.

関数 $h(x)$ は,

$$h(x) = \frac{1}{6}x(x^2 - 3) + 3$$

である. さらに, $f(x) = G(h(x))$ とおく. このとき,

(1) 次の不等式を示せ.

$$g(y) \geq -3(y - 3)$$

(2) 範囲 $-3 < x < 3$ において, 関数 $f(x)$ が極大値をとる x を求め, また極小値をとる x を求めよ.

(3) 範囲 $-3 \leq x \leq 3$ において, 関数 $f(x)$ が最大値をとる x を求め, また最小値をとる x を求めよ.

3 xyz 座標空間において, $\triangle ABC$ は 1 辺を a とする正三角形であり, xy 平面 (平面 $z = 0$) 上にある. 半径が b の球の中心が $\triangle ABC$ の辺上を動き, 1 周する. このとき, 球が通過する部分のつくる図形を K とする. $a \geq 2\sqrt{3}b$ とするとき,

- (1) 図形 K の体積を求めよ.
- (2) 図形 K の表面積を求めよ.